I'm not a bot

2 coté homologue

Les côtés homologues sont un concept fondamental en géométrie, permettant d’établir des relations entre les éléments d’une figure géométrique et leurs transformations. Définition des côtés homologues La définition des côtés homologues repose sur la notion de similarité entre les figures géométriques. Deux côtés sont dits homologues si, dans deux triangles ou polygones similaires, ils occupent la même position relative par rapport aux autres côtés et aux angles. Cette définition implique que les côtés homologues ont des longueurs proportionnelles, ce qui signifie que le rapport de leurs longueurs est constant. Cette propriété est essentielle pour établir des relations entre les éléments d’une figure géométrique et ses transformations. La compréhension de la définition des côtés homologues est donc cruciale pour aborder les concepts avancés de la géométrie, tels que l’homothétie et les théorèmes de Thalès. Importance des côtés homologues en mathématiques L’étude des côtés homologues occupe une place centrale en mathématiques, notamment en géométrie et en trigonométrie. Ces concepts permettent d’établir des relations profondes entre les éléments d’une figure géométrique et leurs transformations. Les côtés homologues jouent un rôle crucial dans la résolution de problèmes de mathématiques secondaires, tels que la détermination des longueurs et des angles dans les triangles et les polygones. De plus, la maîtrise des côtés homologues est essentielle pour comprendre les concepts avancés de la géométrie, tels que l’homothétie, les théorèmes de Thalès et les rapports de similitude. I. Concept de côtés homologues Les côtés homologues sont des éléments de figures géométriques qui ont des propriétés identiques ou analogues dans des situations différentes. Définition et notation La définition des côtés homologues repose sur l’idée de similarité entre les éléments de figures géométriques. Deux côtés sont dits homologues s’ils ont des longueurs proportionnelles et si les angles qu’ils forment avec d’autres éléments sont égaux. La notation utilisée pour désigner les côtés homologues est la suivante : AB // A’B’, où AB et A’B’ sont les côtés homologues. Cette notation indique que les côtés AB et A’B’ ont des propriétés identiques ou analogues. Par exemple, dans un triangle ABC, les côtés AB et AC sont homologues si et seulement si ils ont des longueurs proportionnelles et si les angles qu’ils forment avec le côté BC sont égaux. Caractéristiques des côtés homologues Les côtés homologues présentent certaines caractéristiques qui les rendent utiles dans l’étude des figures géométriques. Tout d’abord, ils ont des longueurs proportionnelles, ce qui signifie que le rapport de leurs longueurs est constant. Ensuite, les angles formés par les côtés homologues avec d’autres éléments sont égaux. Cela implique que les côtés homologues ont des propriétés de symétrie et de similarité. Enfin, les côtés homologues sont invariants par homothétie, ce qui signifie que leur rapport de longueur et leurs angles restent inchangés lors d’une transformation homothétique; II. Explication des côtés homologues L’explication des côtés homologues repose sur la compréhension de la géométrie et de la similarité, ainsi que sur l’analyse des angles et des figures géométriques. Géométrie et similarité La géométrie et la similarité jouent un rôle central dans la compréhension des côtés homologues. En effet, lorsque deux figures géométriques sont similaires, il est possible de définir des côtés homologues qui ont des propriétés particulières. Les côtés homologues sont des segments qui ont une même orientation et une même longueur relative dans les deux figures. Cette propriété permet d’établir des relations entre les éléments des deux figures et de déduire des informations sur leur structure. La similarité des figures géométriques est donc une condition nécessaire pour définir des côtés homologues. Cela signifie que si deux figures géométriques ne sont pas similaires, il n’est pas possible de définir des côtés homologues entre elles. Rôle des angles et des figures géométriques Les angles et les figures géométriques jouent un rôle essentiel dans la définition et l’application des côtés homologues. Les angles permettent de définir l’orientation des côtés homologues et de vérifier si deux figures géométriques sont similaires. Les figures géométriques, telles que les triangles, les quadrilatères et les polygones, sont les objets étudiés en géométrie. Les côtés homologues sont définis à partir de ces figures et permettent d’établir des relations entre elles. Les propriétés des angles et des figures géométriques, telles que la congruence et la similarité, sont utilisées pour démontrer les théorèmes et les propriétés des côtés homologues. Homothétie et proportions L’homothétie est une transformation qui préserve les proportions entre les côtés homologues. Elle permet de définir une relation de similarité entre deux figures géométriques. Les proportions entre les côtés homologues sont utilisées pour définir le rapport de similitude entre deux figures géométriques. Ce rapport est égal au quotient des longueurs des côtés homologues. L’étude de l’homothétie et des proportions permet de comprendre comment les figures géométriques se transforment et comment les côtés homologues se conservent lors de ces transformations. Ces concepts sont fondamentaux pour l’étude des côtés homologues et ont de nombreuses applications en mathématiques et en physique. III. Exemples d’application des côtés homologues Ce chapitre présente des exemples concrets d’utilisation des côtés homologues dans les triangles, incluant le théorème de Thalès et les rapports de similitude. Triangles et théorème de Thalès Dans le cas des triangles, les côtés homologues jouent un rôle crucial pour démontrer le théorème de Thalès, qui établit que si trois points sont alignés, alors les rapports des longueurs des segments formés par ces points sont égaux. Ce théorème est fondamental en géométrie et est utilisé pour résoudre de nombreux problèmes impliquant des triangles semblables ou des figures géométriques plus complexes. En appliquant les propriétés des côtés homologues, nous pouvons démontrer que si deux triangles ont des côtés homologues, alors ils sont semblables et leurs angles respectifs sont égaux. Cette propriété est essentielle pour résoudre des exercices impliquant des triangles et des figures géométriques, notamment en mathématiques secondaires. Rapport de similitude et exercices résolus Le rapport de similitude est une notion fondamentale liée aux côtés homologues, qui permet de définir la proportionnalité entre les côtés de deux figures géométriques semblables. Ce rapport est essentiel pour résoudre des exercices impliquant des figures géométriques semblables, notamment des triangles et des quadrilatères. Nous allons présenter quelques exercices résolus illustrant l’utilisation du rapport de similitude et des côtés homologues pour résoudre des problèmes de géométrie. Ces exercices couvrent des cas variés, tels que la recherche de longueurs de côtés, d’angles et de surfaces de figures géométriques semblables. Les solutions détaillées de ces exercices aideront les étudiants à maîtriser les concepts de côtés homologues et de rapport de similitude. IV. Exercices et problèmes Cette partie propose des exercices et des problèmes variés pour vous aider à vous entraîner et à consolider vos connaissances sur les côtés homologues et leur application en géométrie. Exercices de base sur les côtés homologues Voici quelques exercices de base pour vous aider à maîtriser les côtés homologues : Soit un triangle ABC et son image par homothétie de centre O et de rapport k, notée A’B’C’. Montrer que les côtés AB et A’B’ sont homologues. Dans un triangle rectangle, montrer que les côtés adjacents à l’angle droit sont homologues. Soit un quadrilatère ABCD et son image par rotation de centre O et d’angle θ, notée A’B’C’D’. Montrer que les côtés AB et A’B’ sont homologues. Ces exercices vous permettront de mieux comprendre la notion de côtés homologues et de vous entraîner à les identifier dans différents contextes géométriques. Problèmes de mathématiques secondaires Voici quelques problèmes de mathématiques secondaires qui nécessitent l’application des côtés homologues : Dans un triangle ABC, montrer que si les côtés AB et AC sont homologues, alors l’angle BAC est égal à 60°. Soit un trapèze ABCD où les côtés AB et DC sont homologues. Montrer que les diagonales AC et BD se coupent en leur milieu. Dans un cercle de centre O, montrer que si deux cordes AB et CD sont homologues, alors les angles AOB et COD sont égaux. Ces problèmes vous permettront de mettre en pratique vos connaissances sur les côtés homologues dans des situations plus complexes et de consolider vos compétences en mathématiques secondaires. V. Conclusion En résumé, les côtés homologues sont un outil puissant pour étudier les figures géométriques et leurs transformations, essentiel en mathématiques secondaires. Récapitulation des points clés Les côtés homologues sont définis comme les côtés de deux triangles ou figures géométriques qui ont même position relative. Ils sont utilisés pour établir des relations de similarité entre les figures géométriques, notamment grâce à la notion d’homothétie. L’étude des côtés homologues permet de démontrer le théorème de Thalès et d’appliquer le concept de rapport de similitude. Ces notions sont essentielles en mathématiques secondaires pour résoudre des problèmes de géométrie et de trigonométrie. Il est donc important de maîtriser les côtés homologues pour acquérir une solide compréhension des concepts géométriques et de mathématiques secondaires. Importance des côtés homologues en mathématiques secondaires Les côtés homologues jouent un rôle crucial en mathématiques secondaires, notamment dans l’étude de la géométrie et de la trigonométrie. Ils permettent de résoudre des problèmes complexes impliquant des figures géométriques similaires ou identiques. La maîtrise des côtés homologues est essentielle pour comprendre les concepts de similarité et d’homothétie, qui sont fondamentaux en mathématiques secondaires. En outre, les côtés homologues sont utilisés dans de nombreux domaines tels que la physique, l’ingénierie et l’architecture, où la géométrie et la trigonométrie jouent un rôle prépondérant. Il est donc impératif de bien comprendre les côtés homologues pour réussir en mathématiques secondaires et poursuivre une carrière dans ces domaines. Des côtés homologues sont des segments qui ont le même rôle dans des figures différentes. Des angles homologues sont des angles qui ont le même rôle dans des figures différentes. Lorsqu’on compare 2 figures planes, on pourrait penser que tous les côtés ou les angles homologues sont nécessairement isométriques ou proportionnels. Cependant, comme le montrent les deux paires de triangles suivants, ce n’est pas le cas. Les côtés |\color{#333fb1}{\overline{BC}}| et |\color{#333fb1}{\overline{JK}}| sont homologues, car ils correspondent au côté le plus long (l’hypoténuse) de leur triangle respectif. On peut affirmer que |\Delta ABC| et |\Delta IJK| sont semblables, car tous les angles homologues sont isométriques. Cela implique donc que tous les côtés homologues sont proportionnels. Les côtés |\color{#333fb1}{\overline{BC}}| et |\color{#333fb1}{\overline{ST}}| sont homologues, car ils correspondent au côté le plus long (l’hypoténuse) de leur triangle respectif. On peut affirmer que |\Delta ABC| et |\Delta RST| ne sont pas semblables, car certains angles homologues ne sont pas isométriques. Cela implique donc que les côtés homologues ne sont pas proportionnels. Le mot isométrie prend son origine dans la Grèce antique. Ce mot est formé de iso, qui signifie même, et de métrie, qui signifie mesure. On dit que 2 figures planes sont isométriques si tous leurs côtés et leurs angles homologues sont isométriques. Pour savoir si 2 figures sont isométriques, il suffit de démontrer que l’une d’elles (la figure image) est le résultat d’une ou de plusieurs transformations géométriques à partir de l’autre (la figure initiale). Ces transformations géométriques sont les suivantes. Il est aussi possible de démontrer que 2 figures sont isométriques autrement que par les transformations géométriques. En effet, si tous les côtés homologues sont isométriques, alors il s’agit d’une raison suffisante pour affirmer que ces 2 figures sont isométriques. Dans l’animation interactive suivante, on peut déplacer les curseurs Translation, Rotation et Réflexion afin de constater l’isométrie entre les 4 pentagones réguliers. On dit que 2 figures sont congruentes lorsque la figure image est le résultat d’un déplacement, c’est-à-dire d’une translation et/ou d’une rotation seulement. On privilégie donc l’utilisation du mot isométrique, puisqu’on inclut aussi la réflexion, qui n’est pas un déplacement, mais bien un retournement. Voici un exemple où plusieurs transformations géométriques sont nécessaires pour démontrer que 2 figures sont isométriques. À l’aide des curseurs Translation et Rotation dans l’animation interactive suivante, trouve la distance de translation et l’angle de rotation qui démontrent que le trapèze orange est isométrique au trapèze rouge. Des figures isométriques sont nécessairement des figures équivalentes. Cependant, des figures équivalentes ne sont pas nécessairement des figures isométriques. On dit que 2 figures sont semblables si tous les rapports de côtés homologues sont proportionnels et que tous les angles homologues sont isométriques. Pour savoir si 2 figures sont semblables, on peut démontrer que l’une d’elles (la figure image) est le résultat d’une homothétie à partir de l’autre (la figure initiale). Il est aussi possible de démontrer que 2 figures sont semblables autrement que par l’homothétie. En effet, si les quotients des côtés homologues sont tous égaux, alors il s’agit d’une raison suffisante pour affirmer que ces 2 figures sont semblables. La valeur des quotients des côtés homologues est un rapport noté |k.| Cette valeur correspond au rapport de similitude des 2 figures semblables. Sans tenir compte du signe, le rapport d’homothétie est équivalent au rapport de similitude. Dans l’animation interactive suivante, on peut déplacer le curseur Rapport d’homothétie afin de voir que les 3 triangles sont semblables par rapport au centre d’homothétie. Lorsque le rapport d’homothétie vaut |2,| chaque côté du triangle bleu mesure le double de son côté homologue dans le triangle mauve. Lorsque le rapport d’homothétie vaut |0{,}5,| chaque côté du triangle vert mesure la moitié de son côté homologue dans le triangle mauve. Concernant les angles homologues, on remarque qu’ils sont tous isométriques, peu importe la valeur du rapport d’homothétie. Il arrive parfois que l’homothétie ne soit pas suffisante pour démontrer la similitude, c’est-à-dire qu’il est aussi nécessaire d’utiliser la translation, la rotation et/ou la réflexion. Voici un exemple où l’on doit trouver une mesure manquante sachant que 2 figures sont semblables. Trouve la mesure du côté |\overline{YZ}| sachant que le rectangle |\color{#3a9a38}{ABCD}| est semblable au rectangle |\color{#333fb1}{WXYZ}.| Figures dont toutes les mesures sont égales. Deux figures géométriques sont isométriques lorsqu’il existe une isométrie qui applique l’une sur l’autre. Exemple Ces figures sont isométriques et équivalentes. Cependant, comme on ne peut appliquer l’une sur l’autre par un simple déplacement, elles ne sont pas congruentes; il faudrait ici effectuer un retournement. Note didactique Des figures isométriques ne sont pas nécessairement congruentes. Toutefois, les figures congruentes sont toujours isométriques et équivalentes. Dans des figures semblables, côtés opposés aux angles de même mesure. L’expression « côtés correspondants » est synonyme de « côtés homologues ». Exemples Dans la figure ci-dessous, les triangles ABC et A’B’C’ sont isométriques; les côtés AB et A’B’ sont homologues. Dans la figure ci-dessous, les quadrilatères ABCD et EFGH sont semblables; les côtés AB et EF sont homologues. Propriétés Dans des figures isométriques, les côtés homologues sont isométriques. Dans des figures semblables, les côtés homologues sont isométriques. Dans des figures semblables, les côtés homologues ont des longueurs proportionnelles. Dans des figures semblables, côtés opposés aux angles de même mesure. L’expression « côtés correspondants » est synonyme de « côtés homologues ». Exemples Dans la figure ci-dessous, les triangles ABC et A’B’C’ sont isométriques; les côtés AB et A’B’ sont homologues. Dans la figure ci-dessous, les quadrilatères ABCD et EFGH sont semblables; les côtés AB et EF sont homologues. Propriétés Dans des figures isométriques, les côtés homologues sont isométriques. Dans des figures semblables, les côtés homologues ont des longueurs proportionnelles. Accueil› Pédagogie, enseignement, orientation Bonsoir, Comment justifie-on proprement que, pour deux triangles semblables ABC et DEF, deux côtés (par exemple [BC] et [EF]) sont homologues ? Connectez-vous ou Inscrivez-vous pour répondre. LES TRIANGLES homothétiques Et le rapport d’homothétie · TRIANGLES SEMBLABLES ET HOMOTHETIQUES · COTE HOMOLOGUE : (définition) · TRIANGLES HOMOTHETIQUES · LE RAPPORT D ‘ HOMOTHETIE · EXERCICES RESOLUS TEST COURS Devoir Contrôle Devoir évaluation Interdisciplinarité Corrigé Contrôle Corrigé évaluation COURS · TRIANGLES SEMBLABLES ET HOMOTHETIQUES Soit un triangle ABC . Une parallèle au côté BC coupe AB en M et AC en N . Menons par N la parallèle à AB qui coupe BC en P . Comparons les triangles ABC et AMN . Appliquons le théorème de Thalès au triangle ABC : MN et parallèle à BC . (1) mais MN //PB et NP // MB ; nous avons donc un parallélogramme BNMP ainsi BP = MN (à terminer) (la condition de départ : les triangles sont semblables) On appelle « côtés homologues » de deux triangles , les cotés opposés aux angles égaux. (voir figure ci dessous ; AB et A’’B’’ sont des cotés homologues Traçons deux triangles semblables (ABC et A’’B’’C’’)en prenant la précaution de tracer les cotés opposés aux angles égaux , parallèles Les cotés homologues sont : AB et A’’B’’ (coté opposé à l’angle « C » et « C’’ ») ; BC et B’’C’’ , (coté opposé à l’angle « A » et «A’’ ») CA et C’’A’’ (coté opposé à l’angle « B » et « B’’ »); Ces cotés sont proportionnels .(faire l’égalité des rapports) Les angles sont égaux deux à deux . Les deux triangles sont homothétiques . · TRIANGLES HOMOTHETIQUES On dit que deux triangles sont « homothétiques » si les cotés de l’un sont respectivement parallèles aux cotés de l’autre . Les angles sont égaux deux à deux ; les côtés homologues sont proportionnels. TRIANGLES HOMOTHETIQUES ET « RAPPORT D ‘ HOMOTHETIE ». Soit un triangle ACB ; on trace une droite(MN) parallèle à BC ,passant par MN. Nous obtenons un « autre » triangle ANM. Les triangles ACB et ANM sont semblables et homothétiques (d’après ce qui à été déclaré précédemment) semblables :leurs angles sont égaux et leurs cotés sont proportionnels ;et homothétiques : les cotés opposés aux angles sont tracés parallèles . Rapport d ’ homothétie Nous savons que deux triangles sont homothétiques si leurs cotés homologues sont proportionnels. Ainsi AM et AB sont homologues ; AN et AC sont homologues ; MN et BC sont homologues ; ces cotés homologues sont proportionnels ; nous pouvons donc écrire l’égalité : = k k est appelé « rapport d’homothétie ». Ces rapports ont été établis à partir d’un tracé d’une droite parallèle à un coté d’un triangle ; nous pouvons écrire : (théorème) Toute parallèle à un coté d’un triangle détermine un deuxième triangle homothétique du premier. (autre façon de traiter le problème sur le triangle « coupé » par « une parallèle » à un des cotés : voir : les projections et Thalès) · EXERCICES RESOLUS : Enoncé : les triangles ADB et AEC sont semblables AD = 27 ; DE = 13 BC = 26 ; AB = ? AC = x ; AE = ? BD = 30 ; CE = y Questions : 1. Tracer les deux triangles homothétiques. 2. Identifier les cotés homologues (les nommer deux à deux) 3. Etablir les rapports d ’ homothétie 4. Calculer « x » et « y » Enoncé : A partir des triangles semblables et homothétiques AC et FE sont parallèles. On donne : AB = 25 ; AF = ? BC = ? ; CE = ? BF = 40 ; BE =36 AC = « x » ; FE = 40 Questions et réponses: 1) Tracer les deux triangles homothétiques. ABC et FBE 2) Identifier les cotés homologues (les nommer deux à deux) : Attention :pour nommer un coté et son homologue il faut choisir le « triangle de départ ou référent » et conserver ce choix pour nommer les cotés et leur homologue; je choisis de prendre le premier triangle ABC comme « référent » alors pour les trois cas je nomme en premier le coté appartenant au triangle « référent » : les coté AB et BF sont homologues les cotés AC et FE sont homologues les cotés BC et BE sont homologues 3) Etablir le rapport d ’ homothétie Lsi l’ordre à été suivi les rapports s’établissent sans risque d’erreur : == 4) Remplacer les lettres par les valeurs données : == Calculer « x » CALCUL : == Construction particulière se ramenant à deux triangles homothétiques Rappel : deux droites sécantes forment quatre angles ; égaux deux à deux. Thalès de Milet : « Travaillant sur les lignes ,fut le premier à démontrer que deux angles opposés par leur sommet sont égaux. Exemple : Les angles A et A’ sont égaux. Les angles B et B’ sont égaux. A partir de la construction précédente (deux droites sécantes) ,nous traçons deux parallèles (MN) et (BC) aux deux droites sécantes en « A » : Nous obtenons deux triangles : AMN et ACB Nous pouvons transformer la figure (I) ,par rotation autour du point « A » ,pour montrer que nous avons deux triangles semblables.(voir transformation par rotation autour de A)) Les triangles ANM et ACB sont semblables donc homothétiques ; Les cotés homologues sont proportionnels, Il suffit d’établir l’égalité des rapports , pour obtenir le rapport d’homothétie. APPLICATION Soit la figure I On donne : AN = 12 cm ;NM = 6cm ;MA = 9 cm ; AC =15 cm . On nomme AB = « x » ; BC = « y » Calculer : « x » et « y » Résolution : les triangles AMN et ACB sont des triangles semblables : (l’angle B et N sont égaux ; l’angle C et M sont égaux ainsi que l’angle A,) Nous pouvons appliquer le théorème lié au rapport d ’ homothétie : Nous pouvons transformer la figure (I) pour montrer que nous avons deux triangles semblables. Les triangles ANM et ACB sont semblables donc homothétiques ; Les cotés homologues sont proportionnels, Il suffit d’établir l’égalité des rapports , pour obtenir le rapport d ’ homothétie. qui donne : = k On remplace les lettres par les données : = k Voir Objectif « proportion »des rapports égaux nous en tirons deux égalités : et Calcul de « x » : 9x = 15 fois12 ; « x » = 180 : 9 ; « x » = 20 cm calcul de « y » : 9y = 15 fois 6 ; « y » = 90 : 9 ; « y » = 10 cm 1°) Quand dit - on que deux triangles sont égaux ? 2°) Quand dit - on que d’eux triangles sont isométriques ? 3°) Compléter la phrase : deux triangles sont dits semblables si :..... 4°) Qu’appelle -t - on « cotés homologues » ? 5°) Quand dit - on que deux triangles sont homothétiques . 6°)Compléter la phrase suivante : Toute parallèle à un coté d ’ un triangle détermine ..... 7°) Qu’est qu ’un rapport d ’ homothétie .(aidez vous d’ un exemple) EVALUATION : 1°) Tracer un triangle quelconque (ni rectangle ; ni isocèle) ; ensuite tracer le triangle égal au précédent et un triangle isométrique. 2°) Les angles d’un triangle mesurent 43° et 54° .Construire un triangle « isométrique ». 3°) Les angles A et B d’un triangle ABC mesurent 43° et 54°,on donne BC = 40 mm Construire un triangle A’B’C’ semblable .avec B’C’ = 55mm 4°) On donne deux droites sécantes coupées par deux droites parallèles passant par MN et BC On donne : AN = 12 cm ;NM = 6cm ;MA = 9 cm ; AC =15 cm . On nomme AB = « x » ; BC = « y » Calculer : « x » et « y » 3°) TRIANGLES HOMOTHETIQUES EXERCICES RESOLUS : Enoncé : les triangles ADB et AEC sont semblables AD = ; DE = BC = ; AB = AC = ; AE = BD = ; CE = Questions : 1. Tracer les deux triangles homothétiques. 2. Identifier les cotés homologues (les nommer deux à deux) 3. Etablir le rapport d’homothétie 4. Calculer « x » Enoncé : A partir des triangles semblables et homothétiques LAC et FE sont parallèles. On donne : AB = ; AF = BC = ; CB = BF = ; BE = AC = ; FE = Questions : 1. Tracer les deux triangles homothétiques. 2. Identifier les cotés homologues (les nommer deux à deux) 3. Etablir le rapport d’homothétie 4. Calculer « x » Calculer « x »

- wite
- citagari
- lowupi
- classroom elf on shelf
- http://papienbanana.com/user_file/file/moropa-xarezobuseni.pdf
- jodota